# השתמש בהגדרת הנגזרת והוכח את הנוסחאות:

# חשב את הנגזרת של הפונקציה המוגדרת ע"י:

יש כאן 4 גורמים המחוברים ביניהם ע"י קשר של סכום ומכפלות, נבדוק בהתחלה מהי נגזרתו של כל גורם:

הערה: מופיעים שני תרגילים עם מספר 11 – פתרתי את שניהם.

כאן לא מדובר על פונקציה מורכבת משלש פונקציות, אלא רק על מכפלה של פונקציה פשוטה בפונקציה מורכבת. הנוסחאות העקרוניות כבר מופיעות כו"כ פעמים בתרגילים לעיל, אכתוב כאן באופן ישיר את חישוב הנגזרת:

# הוכח שהפונקציה המוגדרת ע"י השוויון להלן, מקיימת את המשוואה שלידו:

## , מקיימת את המשוואה הדיפרנציאלית .

# הפונקציה הרציפה מוגדרת ע"י הנתונים דלקמן:

### השתמש בהגדרת הנגזרת וקבע האם הפונקציה גזירה בנקודה שבה .ואם היא כן גזירה, חשב את נגזרתה בנקודה זו.

### אם הפונקציה גזירה בנקודה זו:

### קבע האם קיים הגבול ואם כן חשב אותו.

### אם הגבול קיים האם הוא בהכרח שווה לערך הנגזרת עבור ?

### האם יכול להיות מצב שהגבול כנ"ל איננו קיים, אבל הפונקציה גזירה עבור ?

### אם הפונקציה איננה גזירה עבור , קבע האם קיימות הנגזרות החד-צדדיות ואם כן, חשב אותן.

מכאן נתפצל לפי סימנו של h:

קיבלנו גבולות שונים, ומכאן שהפונקציה אינה גזירה עבור , אך הנגזרות החד-צדדיות קיימות כנ"ל, והן

קיבלנו גבולות זהים, ומכאן שהפונקציה גזירה עבור , ונגזרתה שווה 0.

נחשב את הנגזרת הכללית של הפונקציה:

*במקרה זה הגבול קיים והוא גם שווה לערכה של הנגזרת בנקודה. ייתכן שבמקרים אחרים לא יתקיים השוויון.*

הנגזרת לא קיימת, וגם הנגזרות החד-צדדיות שואפות לאינסוף (בנקודה הפונקציה מקבילה לציר הY).

הגבול איננו מוגדר (פונקציות מחזוריות מתבדרות **בהחלט** בשאיפה לאינסוף, ולא ניתן להגדיר את שאיפתן), ומכאן שהפונקציה איננה גזירה, גם לא חד-צדדית.

המעבר האחרון התבצע ע"פ המשפט שאפס המכפיל פונקציה חסומה נותן אפס. פונקצית הסינוס חסומה מלעיל ומלרע בכך שערכה המוחלט אינו גדול מאחד.

נחשב את הנגזרת של הפונקציה (המוגדרת למקוטעין) :

*כאן לא ניתן להגדיר את גבול הנגזרת בשאיפה ל0, כיון שפונקצית הקוסינוס היא מחזורית, והX במכנה נותן לנו שאיפה אינסופית.*

*ראינו* ***שהפונקציה גזירה*** *בנקודה , אך* ***הנגזרת אינה מוגדרת*** *בשאיפה ל0.*

# 1) מצא את כל פונקציות הקויות שהן הופכיות לעצמן.

כל הפונקציות הקויות ההופכיות לעצמן מקיימות את שתי המשוואות הבאות:

נבצע חיסור בין המשוואות ונקבל:

ומכאן מתקבלים שני פתרונות: א. . ב. .

כלומר יש שני סוגי פונקציות כאלו: או שהפונקציה היא , או שהפונקציה היא כאשר b הוא מספר ממשי כלשהו.

ניתן להגיע לאותו פתרון מדרך אחרת: פונקציה ההופכית לעצמה היא סימטרית סביב הישר . כאשר אנו יודעים שיש קו ישר שהוא סימטרי סביב קו ישר – יש שתי אפשרויות לכך: או שהישרים מתלכדים (פתרון א'), או שהישרים מאונכים זל"ז (פתרון ב' – מכפלת השיפועים נותנת ).

# גזור את הפונקציות

(הרווח במעבר האחרון הוא שניתן לראות שהנגזרת שואפת ל0 כאשר x שואף ל0).

# הפונקציה מוגדרת ע"י הנוסחה הנתונה.

### מצא את תחום הגדול ביותר שבו גזירה.

### מצא את הנגזרת הראשונה של על .

הפונקציה sinh מוגדרת באופן אחיד לכל x ממשי, אך הפונקציה arcos מוגדרת רק עבור x שערכו המוחלט אינו גדול מ1, ולכן תחום ההגדרה של הפונקציה עצמה הוא: . הפונקציה רציפה ומוגדרת באופן אחיד לכל תחום הגדרתה, ולכן היא גזירה בכולו למעט בקצותיו.

*ניתן לראות גם מבחינה אלגברית, שהנגזרת לא מוגדרת מחוץ לתחום הנ"ל (שורש במכנה מחייב שהביטוי מתחת השורש גדול-ממש מאפס, שזה מתקיים כאשר ערכו המוחלט של x קטן-ממש מאחד.*

הפונקציה עצמה מוגדרת באופן אחיד ורציף לכל x הגדול-ממש מאפס (כיון שהיא מכילה את ), ולכן היא תהיה גזירה ג"כ בתחום זה.

נגזור את המונה ע"פ נגזרת של מכפלה, ואת הפונקציה כולה ע"פ נגזרת של פונקצית-מנה. ובסה"כ ניתן לומר (כדלעיל):

גם כאן אפשר לראות בנגזרת שהיא מכילה את , ולכן היא מוגדרת רק כאשר x גדול-ממש מאפס (תנאי זה כולל בתוכו גם את הx שבמכנה וגם את השורש של x).

פונקציה זו ושתי הפונקציות בתרגילים 8-9 בנויות כולן במבנה אחיד, ולכן נבנה פה את הנגזרת הכללית של מבנה זה:

ומכאן לפתרון השאלות:

הפונקציה מוגדרת באופן אחיד ורציף לכל x, ולכן היא **גזירה לכל x ממשי**.

גם מבחינה אלגברית – הנגזרת מוגדרת ורציפה לכל x ממשי.

כאן לא מדובר על פונקציה בחזקת פונקציה, אלא על פונקציה מורכבת .

הפונקציה מוגדרת באופן אחיד ורציף לכל x, ולכן היא **גזירה לכל x ממשי**.

גם מבחינה אלגברית – הנגזרת מוגדרת ורציפה לכל x ממשי.

הפונקציה מוגדרת באופן אחיד ורציף לכל x הגדול-ממש מ0, ולכן היא **גזירה לכל x הגדול-ממש מ0**.

גם מבחינה אלגברית – הנגזרת מוגדרת ורציפה לכל x הגדול-ממש מ0.

הפונקציה מוגדרת באופן אחיד ורציף לכל x שהסינוס שלו גדול או שווה 0, ולכן היא **גזירה לכל x הנמצא בחצי הראשון של המעגל הטריגונומטרי** למעט בקצוות, כלומר לכל x שהסינוס שלו גדול-ממש מ0.

גם מבחינה אלגברית – הנגזרת מוגדרת ורציפה לכל x שהסינוס שלו גדול-ממש מ0 (יש גם ln של סינוס וגם קוטנגנס שהוא סינוס במכנה).